



**T.C.  
DÜZCE ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**DÖNEL AKIŞKANLARIN NÜMERİK İNCELENMESİ**

**TUBA SARI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN  
DOÇ. DR. FUAT USTA**

**DÜZCE, 2022**

**T.C.**  
**DÜZCE ÜNİVERSİTESİ**  
**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**DÖNEL AKIŞKANLARIN NÜMERİK İNCELENMESİ**

Tuba SARI tarafından hazırlanan tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından Düzce Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Tez Danışmanı**

Doç. Dr. Fuat USTA  
Düzce Üniversitesi

**Eş Danışman**

Dr. Öğr. Üyesi Burhan ALVEROĞLU  
Bursa Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri**

Doç. Dr. Fuat USTA  
Düzce Üniversitesi

Prof. Dr. Emrah Evren KARA  
Düzce Üniversitesi

Doç. Dr. Serkan DEMİRİZ  
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 14 Ocak 2022

## BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve etik kurallar içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını beyan ederim.

14 Ocak 2022

Tuba SARI

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimimde ve bu tezin hazırlanmasında gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli hocam Doç. Dr. Fuat Usta'ya en içten dileklerle teşekkür ederim.

Tez çalışmam boyunca değerli katkılarını esirgemeyen eş danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Burhan Alveroğlu'na de şükranlarımı sunarım.

Bu çalışma boyunca yardımlarını ve desteklerini esirgemeyen sevgili eşim Ünal Sarı ve canım kızım Beril Sarı'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

14 Ocak 2022

Tuba SARI

## İÇİNDEKİLER

|  | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| ŞEKİL LİSTESİ .....  | vi              |
| KISALTMALAR.....   | vii             |
| ÖZET .....   | viii            |
| ABSTRACT .....   | ix              |
| 1. GİRİŞ .....   | 1               |
| 2. YHP MODELİNİN ORTALAMA AKIŞ DENKLEMLERİ VE<br>KONVEKTİF KARARSIZLIK ANALİZİ ..... | 5               |
| 3. SONUÇLAR .....  | 14              |
| 4. KAYNAKLAR .....   | 15              |
| ÖZGEÇMİŞ .....   | 17              |

## ŞEKİL LİSTESİ

|   | <u>Sayfa No</u> |
|---|-----------------|
| Şekil 2.1. $a$ 'nın farklı değerleri için <i>radyal</i> yönündeki ortalama akış bileşenleri. ....       | 7               |
| Şekil 2.2. $a$ 'nın farklı değerleri için <i>azimuthalsal</i> yönündeki ortalama akış bileşenleri. .... | 8               |
| Şekil 2.3. $a$ 'nın farklı değerleri için <i>eksensel</i> yönündeki ortalama akış bileşenleri. .        | 9               |
| Şekil 2.4. Stabilite eğrileri $\alpha_r - Re$ için $Ro = -0.8, -0.6, -0.4, -0.2$ .....                  | 11              |
| Şekil 2.5. Stabilite eğrileri $n-Re$ için $Ro = -0.8, -0.6, -0.4, -0.2$ .....                           | 13              |



## KISALTMALAR

|     |                        |
|-----|------------------------|
| N-S | Navier Stokes          |
| SEM | Sonlu elemanlar metodu |



## ÖZET

### DÖNEL AKIŞKANLARIN NÜMERİK İNCELENMESİ

Tuba SARI

Düzce Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Fuat USTA

Ocak 2022, 16 sayfa

Bu makale, YHP modeli ile modellenen yüzey pürüzlülüğünün, dönen BEK akışlarındaki bazı akışların konvektif kararsızlığı üzerindeki etkilerini araştırmaktadır. Lineerleştirilmiş pertürbasyon denklemleri Chebyshev polinomları kullanılarak çözülür. Sonuçlar, dönen disk yüzeyinde yüzey pürüzlülüğünün varlığının akışların kararsızlık özelliklerini değiştirdiğini ortaya koymaktadır. Tip I modu, pürüzlülük arttıkça daha yüksek Reynolds sayısında başlar. Ancak, Tip II modu daha önceki Reynolds sayılarında başlar. Bulgular ayrıca, artan pürüzlülük ile birlikte dönen girdapların miktarında bir azalma olduğunu ortaya koymaktadır. Bu nedenle, artan pürüzlülüğün Tip I mod üzerinde dengeleyici bir etkiye sahip olduğu, ancak Tip II mod üzerinde kararsızlaştırıcı bir etkiye sahip olduğu sonucuna varılabilir.

**Anahtar sözcükler:** Akış kontrolü, Bödewadt akışı, Von Karman akışı.

# ABSTRACT

## NUMERICAL ANALYSIS OF ROTATING FLOWS

Tuba SARI

Düzce University

Institute of Graduate Studies, Department of Mathematics

Master Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Fuat USTA

January 2022, 16 pages

This paper investigates the effects of surface roughness modelled with the YHP model on the convective instability of some flows in the rotating BEK flows. Linearised perturbation equations are solved using Chebyshev polynomials. The results reveal that presence of surface roughness on the rotating disk surface changes the instability characteristics of the flows. The Type I mode onsets at higher Reynolds number as roughness increased. However, the Type II mode onsets at earlier Reynolds numbers. The findings also reveal a decrement in the quantity of co-rotating vortices with enhanced roughness. Therefore, it can be concluded that increased roughness has a stabilising effect on the Type I mode but a destabilising effect on the Type II mode.

**Keywords:** Bödewadt flow, Flow control, Von Karman flow.

# 1. GİRİŞ

Mühendislik, endüstri ve sağlık gibi birçok alanda üretim, araştırma ve geliştirme basamaklarında akışkanlara rastlanır. Akışkanların yer aldıkları bölgenin iç kısmındaki hareketleri uzun senelerden bu yana ilgi duyulan bir çalışma alanı olmayı sürdürmektedir. Dolayısıyla akışkanların hızı, akış yapısı ve diğer bir takım özellikleri, ortaya çıktıkları problemin karakterize edilebilmesi sebebiyle önem arz etmektedir. Bir bölge iç kısmındaki akış problemleri, ya deneysel yöntemlerle ya da olayı yöneten denklemlerin sayısal ya da analitik çözümlerinin türetilmesiyle araştırılabilir. Kesinlikle teorik yöntemlerle elde edilen çözümler, hem deneysel yöntemlerle elde edilenlerden daha kesin hem de daha az maliyet ve vakit gerektirdiğinden ötürü daha çok istenmektedir.

Akışkanlar mekaniğinin önemli denklemlerinden olan Navier-Stokes (N-S) denklemleri bir çok akış problemi için yönetici denklem olarak alınır. Çünkü bu denklemin elverişli sınır koşullarına göre çözümleri uygulamalı matematiğin mühim problemlerinden biri olmuştur. Lineer olmayan bir denklem sisteminden oluşan N-S denklemlerinin genel çözümü bildiğimiz kadarıyla henüz bulunabilmiş değildir. Bu sebeple uygulamalarda N-S denkleminin sayısal çözüm yöntemleri ile yaklaşık çözümleri mevcut olmaktadır. Diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri için birçok sayısal yöntem mevcuttur. Bunlardan en etkili olanı sonlu elemanlar metodu (SEM) olarak tanınmaktadır. Sonlu elemanlar metodu kullanılarak N-S denklemlerinin sayısal çözümleri birçok araştırmacı sayesinde temin edildi.

Kuzey Kutbu keşfi sırasında F. Nansen, buzun sürüklenmesinin rüzgar yönünün  $20^{\circ}\text{C}$  - $40^{\circ}\text{C}$  sağında açılı olduğunu gözlemledi. Daha sonra, Dünya'nın dönüşü ile getirilen Coriolis kuvvetlerinin sürüklenme hızlarına kıyasla ihmal edilemez olduğu gerçeğini ortaya koydu. Bu düşünceye dayanarak, Ekman [8] rüzgarla çalışan gezegenlerin dönen akış problemini analiz etmiş ve Ekman katman akışını sunan ilk kişidir. Ekman transport, bu tür bir akışla modellenebilen en önemli olaylardan biridir. Ekman taşımacılığı, okyanus yüzey suları, rüzgar yoluyla üzerlerine etki eden sürtünme kuvvetleri tarafından yönlendirildiğinde

meydana gelir. Ekman ulaşımının dünya okyanuslarının biyojeokimyasal özellikleri üzerinde önemli etkileri vardır.

Bir akışkan içinde hareket eden sert bir cismin yüzeyine etki eden viskoz kesme kuvvetlerinin neden olduğu yüzey sürtünme direncini azaltmanın bir yolunu bulmak, akışkanlar mekaniğinde önemli bir sorundur. Bu sorun çok sayıda bilim adamı tarafından büyük ilgi gördü ve bilim camiasında uzun yıllardır araştırma önceliği haline geldi. Çoğu teknolojik uygulamada, yüzey sürtünme direnci, akışın türbülanslı durumunda laminer duruma göre önemli ölçüde daha fazla olup, sürüklemeyi azaltmaya yönelik akıllı bir strateji olarak geçiş sürecinin başlangıcını mümkün olduğu kadar geciktirmek ileri sürülebilir. potansiyel olarak laminer akışın yüzey pürüzlülüğü yoluyla geçişini geciktirmek, sürtünmeyi azaltmaya yönelik ümit verici bir teknik olarak ileri sürülebilir.

BEK sınıfı akışlar, turbo makinelerde ve karıştırıcılar gibi rotor-stator cihazlarında meydana gelir ve bu nedenle bunların stabilite özellikleri, mühendislik tasarım uygulamalarında pratik öneme sahiptir. Tüm BEK sınıfı genelinde stabilite özelliklerindeki benzerlikleri ortaya çıkarmak için birçok çalışma yapılmıştır.

Öte yandan pasif sürüklenme azaltma tekniklerinin geliştirilmesi uzun yıllardır bir öncelik olmuştur. Son araştırmalar bazı durumlarda bunun tersini gösterene kadar pürüzsüz yüzeylerin pürüzlü yüzeylere göre daha az cilt sürtünmesi oluşturacağına dair klasik bir inanç vardı [1],[2],[3]. Gerçekten de, yüzeylerdeki doğru pürüzlülük, sürüklemeyi azaltıcı etkilere yol açabilir [2],[3],[4]. Sürtünmeyi azaltmak için ümit verici bir strateji, yüzey pürüzlülüğünün yardımıyla laminer sınır tabakası akışının geçişini geciktirmektir. Cooper ve diğ. [4] bunun aksi halde hareketsiz akışkan içinde dönen bir disk üzerinde kurulan von Kármán [5] sınır tabakası akışı durumunda mümkün olduğunu ileri sürmektedir. Bununla birlikte Burhan ve diğ. [6], Bödewadt [7], Ekman [8] ve von Kármán [5] sınır tabakası akışlarını içeren daha geniş BEK sınıfı akışlar için aynı sürüklenme azaltıcı etkileri oluşturmuştur.

Ekman akışının kararlılık analizi ilk olarak Faller [9] tarafından deneysel olarak gerçekleştirilmiş ve daha sonra Faller ve Kaylor [10] akışı analitik olarak incelemiştir. Görünmez çapraz akış Tip-I instabilite modunun başlangıcı deneysel çalışmada  $Re = 126$  yakınında ve analitik çalışmada yaklaşık  $Re = 118$  yakınında elde edilmiştir. Viskoz

Tip-II instabilite modu ilk olarak Tatro ve Mollo-Christensen'in deneysel çalışmasında keşfedilmiştir [11]. Daha sonra Lilly [12] ve Malender [13] teorik olarak çalışmalarında Tip-II modunun varlığını doğruladılar. Lilly tarafından yapılan teorik çalışmada [12], Coriolis kuvvetinin dahil edilmesinin, hariç tutulan duruma kıyasla Tip-I instabilite modunun başlangıcı için kritik Reynolds sayısının değerinde bir artışa neden olduğu tespit edilmiştir.

Üçüncü bir kararsızlık modunun, yani Tip-III modunun varlığı, Lingwood tarafından BEK akış ailesi için geniş çapta kurulmuştur [14], [15], [16]. Briggs-Bers [18] ve [19]' de bahsedilen yöntemi kullanarak Type-I ve Type-III modlarının dönen disk akışında mutlak bir istikrarsızlık rejimine yol açtığını göstermişlerdir. Son zamanlarda Lingwood ve Garrett [17] ve Alveroglu ve ark. [6] Navier-Stokes denklemlerinde Coriolis kuvvetini tanıtmışlar ve kaba bir disk üzerinde dönen BEK ailesi akışının konvektif dengesizlik özellikleri üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Ayrıca anizotropik yüzey pürüzlülüğünün BEK akış ailesi içindeki dengesizlikler üzerinde stabilize edici bir etkiye sahip olduğunu tespit etmişlerdir (bakınız Ref. [17], [6]). Sahoo & Shevchuk [20] ve Turkyilmazoglu [21], son çalışmalarında sırayla Newtonian olmayan bir Riener-Rivlin sıvısı ve Bödewadt akışının akış bileşenleri üzerindeki yüzey gerilmesinin etkisini incelemişlerdir. Bu çalışmaların her ikisinde de germe mekanizmasının akışlar üzerinde önemli etkileri olduğunu saptamışlardır (bakınız Ref. [20], [21]).

Bu tezin temel amacı, yüzey pürüzlülüğünün disk yüzeyinde "doğru sıralanmış pürüzlülük" durumunda dönen disk akışlarında geçişi geciktirmek için kullanılabileceği iddiasına teorik kanıt sunmaktır. Bu öncü iddia ilk olarak yüzey pürüzlülüğünün etkisini araştıran Nature isimli bilimsel dergilerinde dile getirilmiş ve araştırmaların dikkatini düz disklerden pürüzlü olanlara kaydırmıştır. Bugüne kadar, doğru pürüzlülüğün belirlenmesi, ileri bir araştırma problemi olmuştur.

Bu tezin ana odak noktası, BEK sistemi dönen disk akışlarıdır. BEK sistemi akışları, merkezden geçen dikey eksen etrafında dönen sonsuz yarıçaplı bir disk, sıkıştırılamaz dönen bir sıvı içinde emilirse meydana gelir. Diskin ve sıvının diferansiyel dönüş hızı, bu ailede farklı akış yapıları oluşturur. BEK sistem akışlarında üç ana akış türü vardır; von Karman sınır tabakası akışı, Ekman sınır tabakası akışı ve Bödewadt sınır tabakası

akışı. BEK sistem akışları için doğru pürüzlülüğü bulmak için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Aslında, sadece diskin ve sıvının açışal hızlarını değiştirerek BEK ailesinde sonsuz sayıda akış oluşturulabilir.

En son çalışmalarda, BEK sisteminin pürüzlü bir disk üzerindeki kararsızlık özelliklerini araştırmak için iki ana yüzey pürüzlülüğü modeli kullanılmıştır: Disk yüzeyindeki kısmi kayma koşullarını kullanan MW modeli ve radyal dalgalı yüzey işlevini kullanan YHP modeli durum. Önceki teorik bulgular, yüzey pürüzlülüğünün, disk yüzeyindeki belirli pürüzlülük dağılımları için dönen akışların geçişini geciktirebileceğini göstermektedir. Alverolu ve diğerlerinin çalışmalarında [6], doğru sıralamayı belirlemek için MW modelini kullanarak tüm BEK sistem akışları araştırıldı. Bununla birlikte, BEK sisteminin bu önceki çalışmaları, YHP pürüzlülük modeli kullanılarak von Karman, Ekman ve Bödewadt sınır tabakası akışları arasındaki BEK sisteminin belirli akışlarının kararsızlık özellikleriyle ilgileneceğidir. Bu nedenle, bu çalışma yüzey pürüzlülüğü modellenen YHP yaklaşımının bu belirli akış konvektif kararsızlığı üzerindeki etkilerini belirlemeyi amaçlamaktadır.

Tezin geri kalan kısmı aşağıdaki şekilde ilerlemektedir: Bölüm 2, pürüzlülük modellemesi için YHP modeli kullanılarak elde edilen BEK sistem akışlarının yöneten sabit ortalama akış denklemlerini sunar ve bir doğrusal kararlılık analizini içerir. Çizgiler yöntemini ve Chebyshev spektral yöntemlerini kullanarak, ilgili akışların ortalama akış profillerini ve nötr eğrilerini sağlar ve bunlar Bölüm 2’de gösterilir. Son olarak, Bölüm 3 sonucu içermektedir.

## 2. YHP MODELİNİN ORTALAMA AKIŞ DENKLEMLERİ VE KONVEKTİF KARARSIZLIK ANALİZİ

Sabit bir akış için BEK sistem akışlarının yöneten ortalama akış denklemleri, dönen bir referans çerçevesinde YHP modeli ile formüle edilmiştir. Bunu yapmak için, akışa batırılmış diskin sonsuz olduğu varsayılır ve diskin merkezinden geçen ortak bir eksen etrafındaki akışla döndüğü kabul edilir. Diskin ve akışın açısız hızlarının sabit olduğu varsayılır ve sırasıyla  $\Omega_D^*$ ,  $\Omega_F^*$  ile gösterilir. Eğer  $\Omega_D^* \neq 0$ ,  $\Omega_F^* = 0$  olursa, von Kármán akışı, eğer  $\Omega_D^* = \Omega_F^* \neq 0$  olursa Ekman akışı ve son olarak eğer  $\Omega_D^* = 0$ ,  $\Omega_F^* \neq 0$  olursa Bödewadt akışı oluşur.

BEK sistem akışlarını tanımlamak için Rossby numarası adı verilen yeni bir parametre şu şekilde tanımlanır:

$$Ro = \frac{\Omega_F^* - \Omega_D^*}{\Omega^*}. \quad (2.1)$$

Bu tanımda görünen  $\Omega^*$  terimi, sistem dönüş oranını gösterir. von Kármán akışı  $Ro = -1$  durumuna karşılık gelir ve Ekman akışı  $Ro = 0$  durumuna karşılık gelirken Bödewadt akışı  $Ro = 1$  durumuna karşılık gelir. Yani tüm BEK akışları için  $-1 \leq Ro \leq 1$  geçerlidir. Bu çalışmada, von Kármán ve Ekman akışları arasında meydana gelen akışlar için konvektif bir kararsızlık analizi yapacağız, yani incelenecek durumlar  $-1 < Ro < 0$ 'a karşılık gelir.

YHP modelinde,  $(r, \theta, z)$  [22] silindir koordinat sisteminde formüle edilen ortalama akış denklemleri, yeni bir koordinat sistemine  $(r, \theta, \eta)$  [22]. Dönüşüm, aksel koordinatı  $\eta = z - s(r)$  olarak ayarlayarak sağlanır. Burada  $s(r) = \delta \cos(2\pi r/\gamma)$  boyutsuz dalgalı yüzey profilidir. Bu yeni yüzey profili, dönme eksenine ilgili bir eksen simetrisine sahiptir, bu nedenle yalnızca yüzey pürüzlülüğünü  $r$  yönünde modelleyebilir. Yeni koordinat sistemindeki YHP modelinin ortalama akış denklemleri, kısmi diferansiyel denklemler sistemidir ve şu şekilde ifade edilir:

$$\begin{aligned}
Ro \left[ rf \frac{\partial f}{\partial r} + h \frac{\partial f}{\partial \zeta} + f^2 \left( 1 + r \frac{s' s''}{1 + s'^2} \right) \right] &= \frac{Ro + Co}{1 + s'^2} + (1 + s'^2) \frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} + \frac{g}{1 + s'^2} (Co + Rog), \\
Ro \left[ rf \frac{\partial g}{\partial r} + h \frac{\partial g}{\partial \zeta} \right] &= (1 + s'^2) \frac{\partial^2 g}{\partial \zeta^2} - f (Co + 2gRo), \\
2f + r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial h}{\partial \zeta} &= 0,
\end{aligned} \tag{2.2}$$

ve sınır koşulları şu şekilde belirtilir:

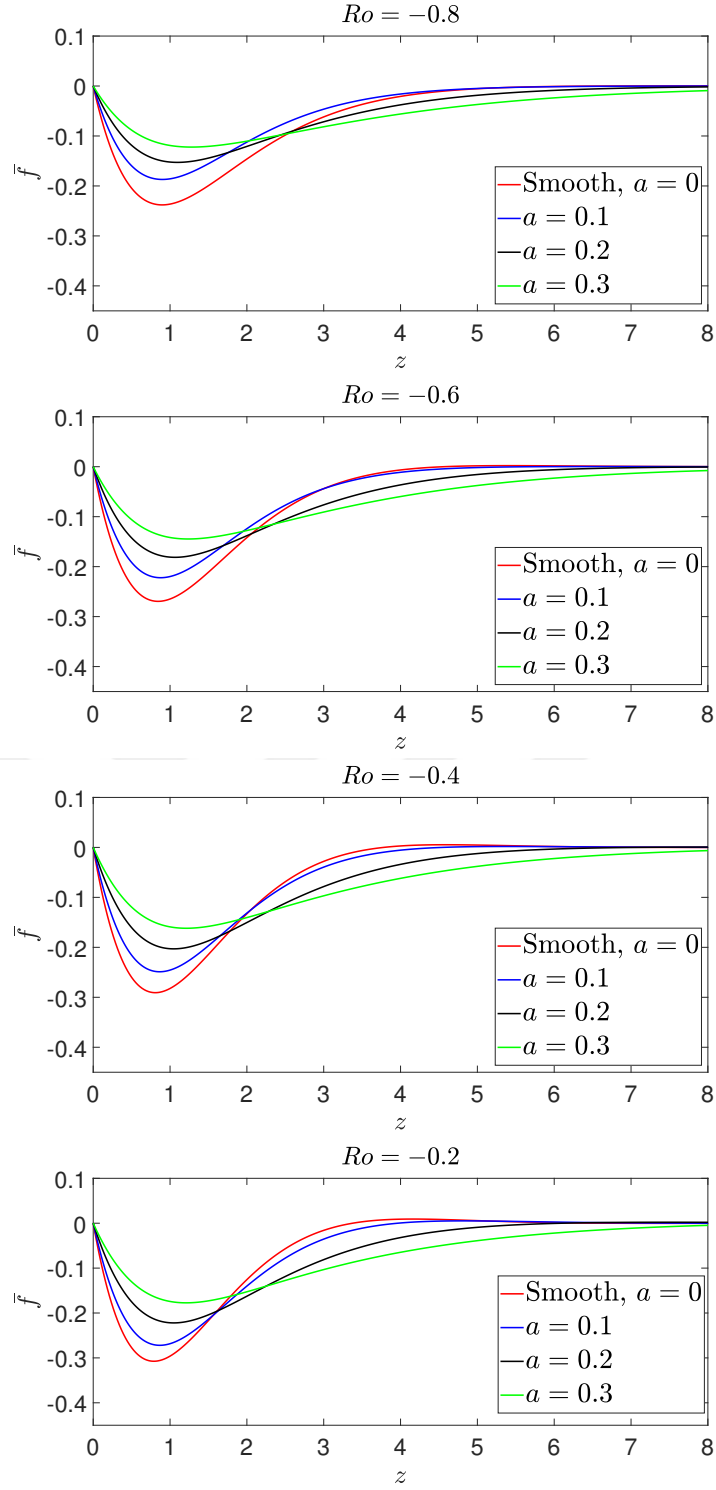
$$\begin{aligned}
f(r, \zeta) = g(r, \zeta) = h(r, \zeta) &= 0, \quad \text{at } \zeta = 0, \\
f(r, \zeta) = 0, \quad g(r, \zeta) = 1 &\quad \text{as } \zeta \rightarrow \infty.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Burada, *radyal*, *azimutsal* ve *eksensel* yönlerindeki sürekli akış profilleri sırasıyla ( $f$ ,  $g$ ,  $h$ ) ile gösterilir. Bu denklemlerin türetilmesi için kapsamlı bir açıklama önceki çalışmalarda bulunabilir [4], [22]. Bununla birlikte, burada sunulan formülasyonun YHP modelinin orijinal denklemlerinden bazı farklılıkları vardır [22].

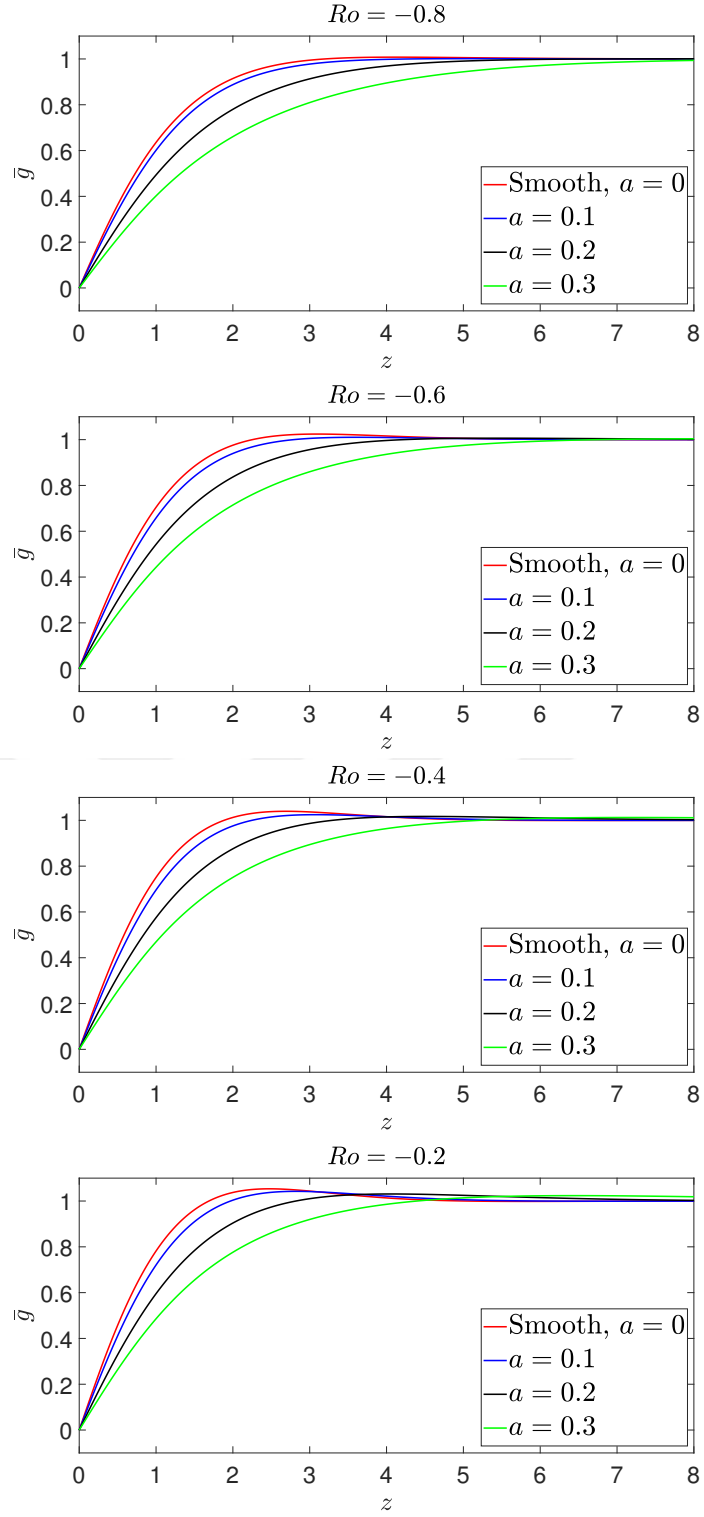
Bu modelde yüzey pürüzlülüğü,  $a = \delta/\gamma$  olarak tanımlanan bir en boy oranı parametresi  $a$  kullanılarak kontrol edilir.  $a = 0$ , düzgün duruma karşılık gelir ve denklemler literatürdekilerle uyumludur, [17], [6].

Denklemler (2.2) - (2.3), çizgiler yöntemi kullanılarak  $\zeta$  değişkeni için adi diferansiyel denklemlere indirgenir.  $R = 0$  için gereken birincil çözüm, BEK sisteminin ortalama akış denklemleri  $\zeta$  'da bir adi diferansiyel denklem sisteminden hesaplanır. Ardışık akış profilleri daha sonra  $r$  yönünde ileriye doğru ilerleyerek yinelemeli olarak hesaplanır. Her bir  $r$  değerinde, yöntem geriye dönük fark şemasını uygular. Her  $r$  değerindeki  $z$  yönündeki hesaplama ızgarası  $\zeta = 0$  ile  $\zeta = 16$  arasında ayarlanır. Konvektif bir kararsızlık analizi yapmak için, YHP modelinin ortalama akış profillerinin uzamsal yön için ortalaması alınır. Ortalama akış bileşenleri ( $\bar{f}(\zeta)$ ,  $\bar{g}(\zeta)$ ,  $\bar{h}(\zeta)$ ) ile ifade edilir [4].

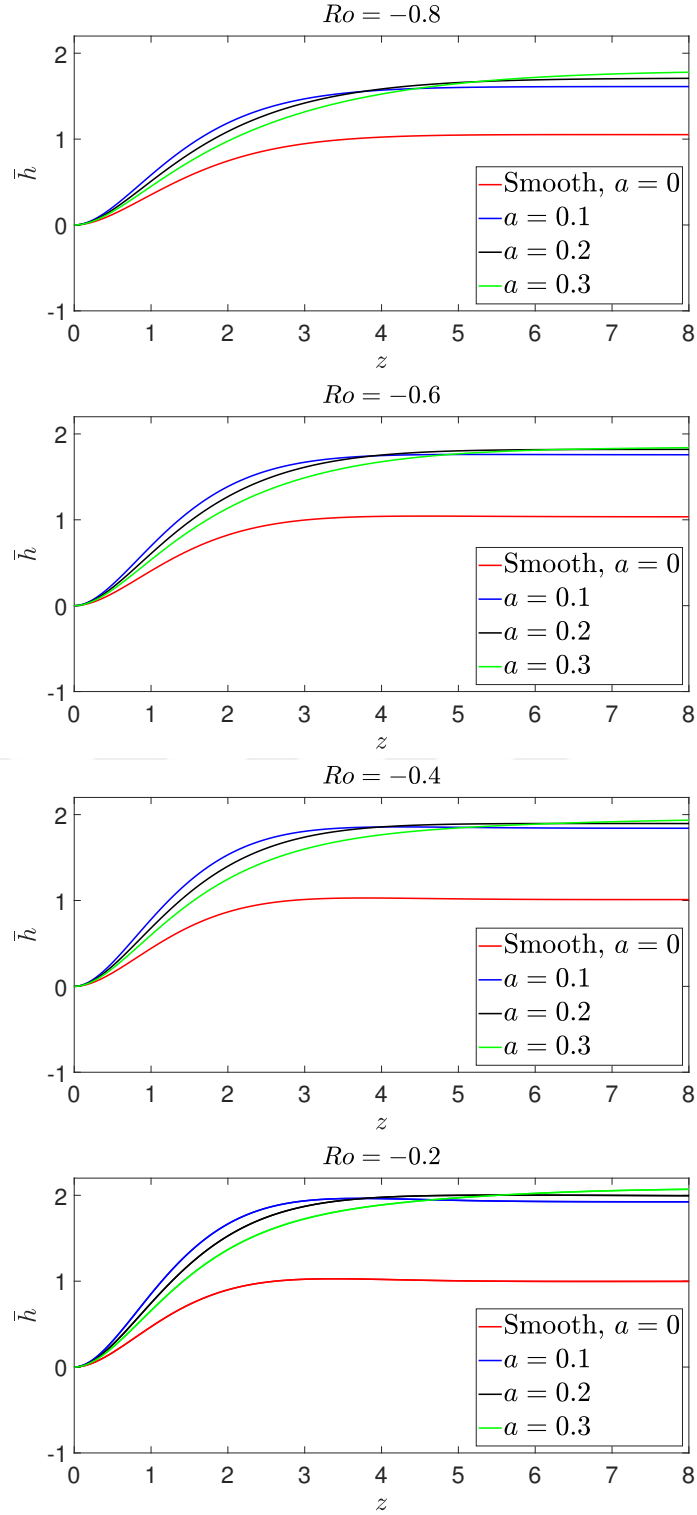
$-1 < Ro < 0$  BEK sisteminin akışları için YHP modelinin mekansal ortalamalı akış bileşenleri, Alveroğlu'nun önceki çalışmasında farklı pürüzlülük parametresi  $a$  için sunulmuştur [6]. Bu profiller, çalışmanın tamlığı için Şekil 2.1-2.3'de sunulmuştur.



Şekil 2.1.  $a$  'nın farklı değerleri için *radyal* yönündeki ortalama akış bileşenleri.



Şekil 2.2.  $a$  'nın farklı değerleri için *azimuthalsal* yönündeki ortalama akış bileşenleri.



Şekil 2.3.  $a$  'nın farklı değerleri için *eksensel* yönündeki ortalama akış bileşenleri.

Bu çalışma, bu akış profillerine sonsuz derecede küçük düzensizlikler uygulamakta ve yüzey pürüzlülüğünün etkilerini vurgulamak için bunların kararsızlık özelliklerini araştırmaktadır. Normal mod analizi yapmak için, sonsuz küçük düzensizliklerin biçimi şu

şekilde alınır:

$$(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}) = (u(z), v(z), w(z), p(z))e^{i(\alpha r + \frac{n}{Ro}\theta - \omega t)}. \quad (2.4)$$

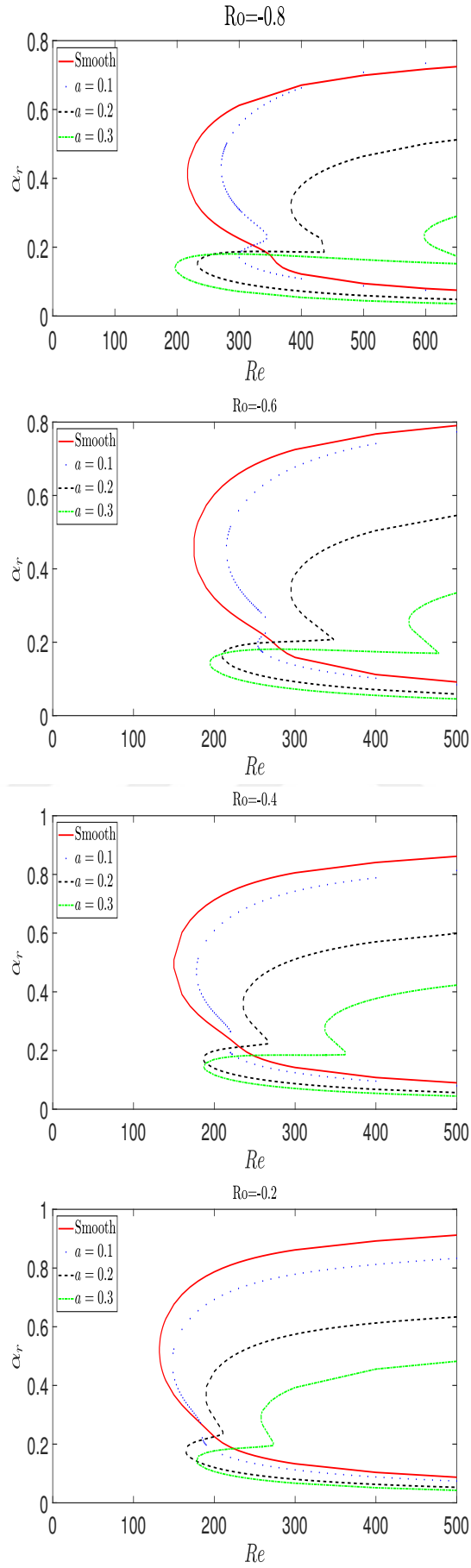
Burada  $n = \beta Re$ .  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i \in \mathbb{C}$  ve  $\beta, \omega \in \mathbb{R}$ , sırasıyla radyal ve azimut yönlerde dalga sayılarını gösterir. Pertürbasyonların sıklığı  $\omega$  olarak belirtilir ve  $\beta$ ,  $O(1)$  olarak kabul edilir.  $\varepsilon = \tan^{-1}(\beta/\alpha_r)$ , dönme ekseninde ortalanmış bir daireye göre birlikte dönen girdapların yönelim açısını belirtir. Bu çalışma, dönen diske göre sabit birlikte dönen girdapları inceler; sonuç olarak,  $\omega$  sıklığı sıfır olarak kabul edilir. Tüm aile için yönetimsel pertürbasyon denklemlerinin tam türetilmesi önceki çalışmalarda sunulmuştur [6]. Reynolds sayısının yerel olarak  $Re = r_a Ro$  olarak tanımlandığını söylemek gerekir, burada  $r_a$  yerel yarıçaptır.

Sonsuz küçük düzensizliklerin yönetimsel pertürbasyon denklemlerine eklenmesi ve doğrusallaştırmanın gerçekleştirilmesi  $D(\alpha, \beta; Re, [a, \eta]) = 0$  dağılım ilişkisine yol açar ve sayısal çözümler elde etmek için Chebyshev spektral yöntemini aksel yönde uygulayarak ayrıklaştırılır. Chebyshev polinomlarının yüz eş aralıklı grid noktası ayrışımı, üstel bir dönüşüm fonksiyonu ile  $z \in [0, 16]$ 'nın fiziksel alanına dönüştürülür. Doğrusal pertürbasyon denklemleri, fiziksel uzayın tüm noktalarında hesaplanır. Ve disk yüzeyinde kaymaz durum kullanılır. Dolayısı ile süreklilik denklemi,  $w'$  koşulunu verir. Tüm pertürbasyonlar, akışın dış sınırında sıfır olarak kabul edilmiştir.

Buna göre, sınır koşulları şu şekilde ifade edilir, [4], [6],

$$\begin{aligned} u = v = w = w' = 0, \quad \text{at } z = 0, \\ u = v = w = p = 0, \quad \text{at } z = 16. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Sayısal çözümler elde etmek için spektral bir yöntemde değiştirilmiş değişkenlere gerek yoktur, bu, normal arama/yürüyüş yöntemlerine göre belirli iyileştirmeler sağlar [4]. Tüm özdeğerler, bir ilk tahminden iteratif olarak ilerlemek yerine eşzamanlı olarak hesaplanır. Düzgün durum için elde edilen sayısal sonuçlar,  $a = 0$ , BEK sisteminin mevcut çalışmaları ile kesin bir uyuma sahiptir, [6].

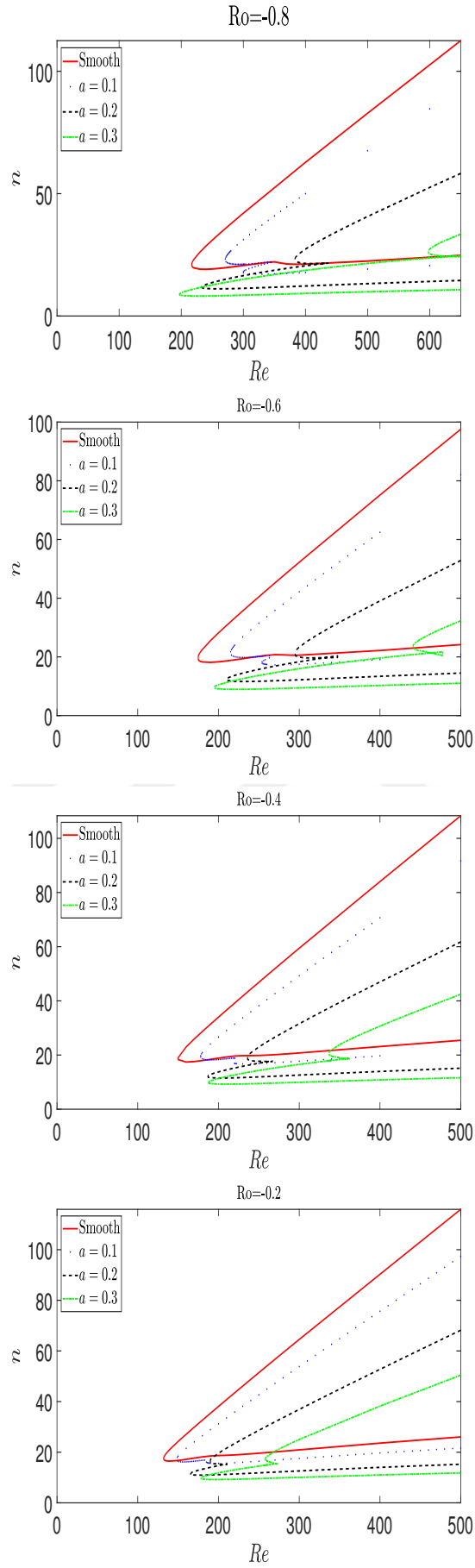


Şekil 2.4. Stabilite eğrileri  $\alpha_r - Re$  için  $Ro = -0.8, -0.6, -0.4, -0.2$ .

Düzgün ve pürüzlü dönen disk çalışmalarına ilişkin önceki çalışmalara göre [14], [6], normal bozulma modlarının konvektif kararsızlık özelliklerinin özellikleri iki ana moda tanımlanmıştır. İlk mod Tip I modu olarak adlandırılır ve  $\alpha_r - Re$  düzlemindeki nötr eğrilerin üst lobu olarak ortaya çıkar. İkincisi, bu nötr eğrilerin alt lobu olarak ortaya çıkar ve Tip II modu olarak adlandırılır.

Rossby sayısının her akışı için,  $-1 < Ro < 0$ ,  $\alpha_r - Re$  düzlemindeki nötr eğriler Şekil 2.4'de sunulmuştur. Burada artan pürüzlülük parametresi  $a$  için görüntülenirler.  $a = 0$  durumu düzgün duruma karşılık gelir ve  $a$  değerinin artması, disk yüzeyindeki pürüzlülüğün daha yoğun varlığını gösterir. Her akış için düz durum ( $a = 0$ ) nötr eğrileri önceki bulgularla eşleşir ve Tip I modunun başlangıcı için kritik Reynolds sayıları ile tamamen tutarlıdır. Şekil 2.4'deki  $\alpha_r - Re$  düzlemindeki nötr eğrilerden, pürüzlülük yoğunluğunun artmasının kritik Reynolds sayısını artırdığı açıktır. Diğer bir deyişle, Tip I modunun daha yüksek  $a$  değerlerinde başlaması için bir gecikme vardır. Tip I modunun bu niteliksel davranışı, artan pürüzlülüğün dengeleyici etkisi olarak yorumlanabilir. Tip I modunun aksine, artan pürüzlülüğün Tip II modu üzerinde oldukça farklı etkileri vardır. Şekil 2.4'teki her akış için pürüzlülük arttıkça nötr eğrilerin alt loblarının daha küçük Reynolds sayısına doğru kayması, Tip II modunda kararsızlaştırıcı bir etkiyi gösterir. Artan pürüzlülük altında Tip I modunun niteliksel davranışları her akış için aynı olsa da, Rossby numarası  $Ro$  -0,8'den -0,2'ye değiştikçe dengeleyici etkilerin yoğunluğu azalır.

Deneysel araştırmacılar, deneysel gözlemler ve teorik bulgular arasında karşılaştırma yapmak için  $n$  diskinin dış tarafı boyunca birlikte dönen girdapların sayısını kullanabilirler. Sabit girdapların artan pürüzlülük için  $n - Re$  düzlemindeki nötr eğrileri Şekil 2.5'te gösterilmektedir. Pürüzlülük arttıkça üst dalların uzak alanı boyunca girdapların sayısında keskin bir düşüş, her akış için hızlı bir şekilde gözlemlenebilir. Bu girdaplar çalkantılı bir duruma geçişten önce ortaya çıkmaya başladığından, bu azalma, artan pürüzlülüğün dengeleyici bir etkisini gösterir. Bu gözlem, Tip I modunda artan pürüzlülüğün dengelenmesi ile tutarlıdır. Bununla birlikte, alt dal boyunca farklılaşma her akış için küçüktür.



Şekil 2.5. Stabilite eğrileri  $n$ - $Re$  için  $Ro = -0,8, -0,6, -0,4, -0,2$

### 3. SONUÇLAR

Bu çalışma, Ekman ve von Karman akış sınır tabakası akışları arasında meydana gelen bazı BEK ailesi akışlarının sabit bozukluklarının konvektif kararsızlığının başlangıcını, yani  $-1 < Ro < 0$  akışlarını araştırmıştır. Aslında bu çalışma şu şekilde görülebilir: Ekman ve von Karman çalışmalarına devam ederek YHP yaklaşımı ile modellenen pürüzlü diskler üzerinden akıyor.

Bu akışların ortalama akış bileşenleri, YHP pürüzlülük modeli kullanılarak hesaplanır ve doğrusal bir kararlılık analizi için sonsuz derecede rahatsızlıklarla karıştırılır.

Hem  $\alpha_r - Re$  hem de  $n - Re$  düzlemlerinde hesaplanan nötr kararlılık eğrileri, düz bir disk için önceki sonuçlarla çakışır. Doğrusal stabilize analizi sonuçları, pürüzlülük parametresinin artırılmasının Tip I modunu stabilize ettiğini ve Tip II modunu istikrarsızlaştırdığını göstermiştir. Her akış için Tip II modu, pürüzlülüğün artması durumunda ilk olarak deneysel ölçümlerde gelişen en kritik mod haline gelir. Ayrıca, nötr eğrilerin üst dalı boyunca birlikte dönen girdapların sayısı  $n$ , daha yüksek yüzey pürüzlülük değerleri için azalır. Bulgular, yüzey pürüzlülüğünün, bu çalışmanın ilgili akışları için pasif bir akış kontrol tasarımı için faydalı olabileceğini göstermektedir. Ancak, bu sonuçları güçlendirmek için ek deneysel araştırmalara ihtiyaç vardır.

#### 4. KAYNAKLAR

- [1] L. Sirovich, S. Karlsson, "Turbulent drag reduction by passive mechanisms", *Nature*, c. 388, s. 6644, ss. 753–755, 1997.
- [2] P. Carpenter, "The right sort of roughness", *Nature*, c. 388, s. 6644, ss. 713–714, 1997.
- [3] K. Choi, "Fluid dynamics, The rough with the smooth", *Nature*, c. 440, s. 7085, ss. 754–754, 2006.
- [4] A.J. Cooper, J.H. Harris, S.J. Garrett, M. Özkan, P.J. Thomas, "The effect of anisotropic and isotropic roughness on the convective stability of the rotating disk boundary layer", *Phys. Fluids*, c. 27, s. 1, Article ID 014107, 1994.
- [5] T. von Kármán, "Über laminare und turbulente reibung", *Z. Angew. Math. Mech*, 1921.
- [6] B. Alveroğlu, A. Segalini, S.J. Garrett, "The effect of surface roughness on the convective instability of the bek family of boundary-layer flows", *Eur. J. Mech. B Fluids*, 2015.
- [7] U.T. Bödewadt, "Die drehströmung über festem grunde", *ZAMM-J. Appl. Math. Mech. Z. Angew. Math. Mech.*, c. 20, s. 5, ss. 241-253, 1940.
- [8] V.W. Ekman, "On the influence of the Earth's rotation on ocean currents", *Ark. Mat. Astron. Fys.*, c. 2, ss. 1-53, 1905.
- [9] A.J. Faller, "An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer", *J. Fluid Mech.*, c. 15, ss. 560–76, 1963.
- [10] A.J. Faller and R.E. Kaylor, "A numerical study of the instability of the laminar Ekman boundary layer", *J. Atmos. Sci.*, c. 23, ss. 466–480, 1966.
- [11] P.R. Tatro and E.L. Mollo-Christensen, "Experiments on Ekman layer instability", *J. Fluid Mech.*, c. 28, ss. 531, 1967.
- [12] D.K. Lilly, "On the instability of Ekman boundary layer flow", *J. Atmos. Sci.*, c. 23, ss. 481–494, 1966.
- [13] M.V. Melander, "An algorithmic approach to the linear stability of the Ekman layer", *J. Fluid Mech.*, c. 132, ss.283, 1983.
- [14] R.J. Lingwood, "Absolute instability of the boundary layer on a rotating disk", *Jr. Fluid Mech.*, c. 299, ss. 17-33, 1995.
- [15] R.J. Lingwood, "An experimental study of absolute instability of the rotating disk boundary-layer flow", *Jr. Fluid Mech.*, c. 314, ss. 373-405, 1996.
- [16] R.J. Lingwood, "Absolute instability of the Ekman layer and related rotating flows", *Jr. Fluid Mech.*, c. 331, ss. 405-428, 1997.

- [17] R. Lingwood and S. Garrett, "The effects of surface mass flux on the instability of the bek system of rotating boundary-layer flows", *Eur. J. Mech. B Fluids*, c. 30, ss. 299-310, 2011.
- [18] A. Bers, "Linear waves and instabilities", Plasma physics-les houches 1972, 1975.
- [19] R. J. Briggs, "Linear waves and instabilities", MIT 1964.
- [20] B. Sahoo, I. V. Shevchuk, "Heat transfer due to revolving flow of Reiner-Rivlin fluid over a stretchable surface", *Therm. Sci. Eng. Prog.*, c. 10, ss. 327-336, 2019.
- [21] M. Turkyilmazoglu, "Bodewadt flow and heat transfer over a stretching stationary disk", *Int. J. Mech. Sci.*, c. 90, ss. 246-250, 2015.
- [22] M.S. Yoon, J.M. Hyun, and Jun Sang P., "Flow and heat transfer over a rotating disk with surface roughness", *Int. J. Heat Fluid Flow*, c. 28, ss. 262-267, 2007.



# ÖZGEÇMİŞ

## KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Tuba SARI

Yabancı Dili : İngilizce

## ÖĞRENİM DURUMU

Lisans Matematik Gazi Üniversitesi 2016

Lise Düzce Öğretmen Lisesi 2011